

Large deformations in barrel vaults: from anti-funicular to funicular vaults

Grandes deformaciones en bóvedas de cañón: de formas antifuniculares a bóvedas funiculares

Josep Lluís i Ginovart ^{1*}, Cinta Lluís-Teruel ^{*}, Sergio Coll-Pla ^{**}, Agustí Costa-Jover ^{**}

* Universitat Internacional de Catalunya – Barcelona, SPAIN

** Universitat Rovira i Virgili – Tarragona, SPAIN

Fecha de Recepción: 17/02/2021

Fecha de Aceptación: 07/05/2021

PAG 210-221

Abstract

In the Aran Valley there is a group of Romanesque churches built between the 11- and 13- centuries characterised by their large deformations, in some cases exceeding 7% of their original condition. The research shows the results of the geometric study carried out with a Terrestrial Laser Scanner (TLS), revealing geometric differences with regard to the traditional definition of barrel vault. The deformations of the initially anti-funicular vaults are sometimes transformed into convex funicular shapes, where the final spatial volume is smaller than the initial one, despite the fact that the linear length of the curve and surface of the vault is greater than that of their original condition.

Keywords: Masonry, vaults, funicular, anti-funicular, limit analysis

Resumen

En la Val d'Aran existe un conjunto de iglesias románicas construidas entre los siglos XI y XIII caracterizadas por sus grandes deformaciones, en algunos casos superior al 7% de su condición inicial. La investigación muestra los resultados del estudio geométrico realizado con Escáner Láser Terrestre (TLS), revelando diferencias geométricas con la tradicional definición de bóveda de cañón. Las deformaciones de las bóvedas inicialmente antifuniculares se convierten en algunos casos en formas funiculares convexas, donde se cumple que el volumen espacial final generado es menor que el inicial, pese a que su desarrollo lineal de la curvatura y la superficie es mayor que la de su estado primitivo.

Palabras clave: Obra de fábrica, bóvedas, funicular, antifunicular, análisis límite

1. Introducción

En la región del Valle de Arán (España) situado en la vertiente Norte de los Pirineos, limitando con el Departamento de la Haute-Garonne (Francia), existen unos asentamientos urbanos establecidos sobre el cauce del río Garona donde se construyeron unas iglesias románicas entre el siglo XII-XIII, y en las que se han producido grandes deformaciones. Éstas han merecido el interés de Eugène-Emmanuel Viollet-le-Duc en su visita a Bossost en el año 1883 (Español, 2013), Lluís Domènech i Montaner que lo hace con la Escuela de Arquitectura de Barcelona en 1905 (Granell, 2006), Josep Puig i Cadafalch con la expedición histórico-arqueológica del Institut d'Estudis Catalans en 1907, (Puig i Cadafalch, 1908), o Juan Bassegoda Nonell que plantea que estas anomalías formales constituyen una de las características de la arquitectura románica de Catalunya (Bassegoda Nonell, 1974) (Figura 1).

¹ Autor de correspondencia:

Universitat Internacional de Catalunya – Barcelona, SPAIN

E-mail: jlluis@uic.es





Figura 1. Estructura de obra de fábrica con grandes deformaciones Santa Maria d'Arties

El objetivo del estudio es sintetizar la formulación teórica desde la geometría cartesiana de las bóvedas que tras grandes deformaciones pueden convertirse en formas convexas y que hemos realizado con una de toma de datos con escáner láser terrestre (TLS) durante el periodo (2015-2020). Estos estudios han permitido calibrar las deformaciones y desplazamientos en los desplomes de muros y pilares y en la formación de las articulaciones de las bóvedas, causantes de la transformación de las formas antifuniculares a funiculares. Este es el caso observado en las iglesias de Santa Eularia d'Unha (c. XII), Santa Maria d'Arties (c. XII-XIII) y Era Purificacio de Bossost (c. XII-XIII) (Figura 2), donde se tuvieron que realizar intervenciones de consolidación por Joan Bassegoda i Nonell en 1975 (Sáez, 1976). y Joan Josep Polo i Berroy en 2009 (Polo y Cots, 2009).



Figura 2. Bóvedas convexas funiculares Santa Eularia d'Unha (c. XII), Santa Maria d'Arties (c. XII-XIII) y Era Purificacio de Bossost (c. XII-XIII)

La metodología parte del modelo tridimensional obtenido con (TLS) Leica Scan Station P20, con una precisión de 3 mm a 50 mm, obteniendo una nube de puntos con el programa Cyclone, con un error de 3mm, generando una malla tridimensional con una medida de triangulo de 2,5 cm con el programa 3DReshaper. La comprobación de estas deformadas se mantiene dentro de la teoría del análisis límite de Jacques Heyman, que enuncia que, si los arcos de estas formas se mantienen en pie, es porque se puede trazar una forma catenaria en el interior de la geometría del arco, cuya formulación es; $f(x_c) = m \cdot \cos h\left(\frac{x}{m}\right)$ (Heyman, 1999).

El estado de la cuestión de la bóveda de cañón fue planteado por Eugène-Emmanuel Viollet-le-Duc en su *Dictionnaire raisonné de l'architecture l'architecture* (1854 - 1868) (Viollet-le-Duc 1842) determinando la interacción de la bóveda románica y el muro, refiriéndose a ellas también August Choisy en la construcción romana (Choisy, 1873) y en la bizantina (Choisy, 1883). Josep Puig i Cadafalch lo hace en la *Historia General del Arte* (1901) matizando la diferencia entre las bóvedas románicas, donde la elasticidad reemplaza la estabilidad de las romanas más monolíticas, determinando en *L'Arquitectura Romànica a Catalunya* (1918) la caracterización especial de esta mampostería.

Bonaventura Bassegoda i Musté (Bassegoda Musté, 1944) lo planteó desde el punto de vista de la teoría elástica, y desde el tipológico Leopoldo Torres Balbás (1946) lo hace en las *Bóvedas romanas sobre arcos de resalto*, considerando Juan Bassegoda Nonell, que los modelos de tradición romana dieron forma constructiva a estas bóvedas medievales (Bassegoda Nonell, 1977).

2. Análisis del equilibrio global de las bóvedas

Para la comprobación del estado límite de equilibrio de estas bóvedas se toma como caso de estudio Santa Maria d'Arties, definiendo dos secciones, la (T_{p1}), situada entre los vanos [V_1-V_2], y la correspondiente a la nave lateral con bóveda funicular (T_{v2}) (Figura 3). Se asumen dos hipótesis, la de la sección inicial sin deformar que revela que el diseño de la estructura admite múltiples estados de equilibrio, pudiendo definir varias líneas de presión en la sección (Figura 4.a) y la del análisis de la estructura a partir de la sección más deformada (T_{p1}), que rebela que en las distintas combinatorias solo es posible encontrar escasas líneas de presión contenida en la sección, cumpliendo así los principios del equilibrio aunque con escaso margen de seguridad. (Figura 4.b).

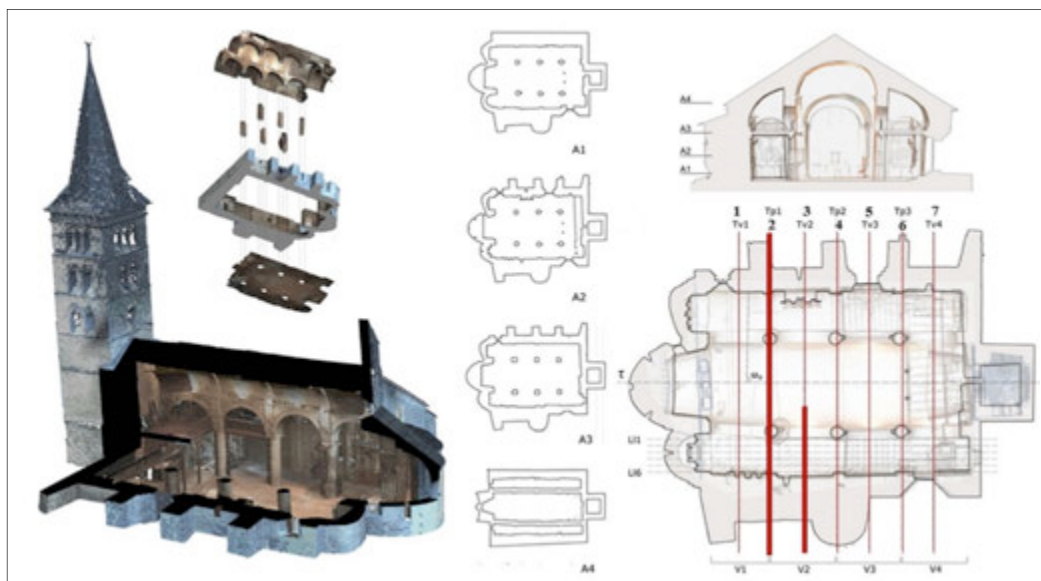


Figura 3. Santa Maria d'Arties. Metodología y definición de las secciones cálculo

Por otra parte, se comprueba al análisis de la sección de las formas funiculares de las bóvedas (T_{v2}), lo cual supone un caso particular en el contexto de la global de la estructura. La comprobación gráfica muestra que, a pesar de las deformaciones funiculares, según su empuje máximo, es posible encontrar una solución contenida en la sección de la fábrica en las hipótesis del intervalo [0,50-0,25 m] (Figura 4.c).

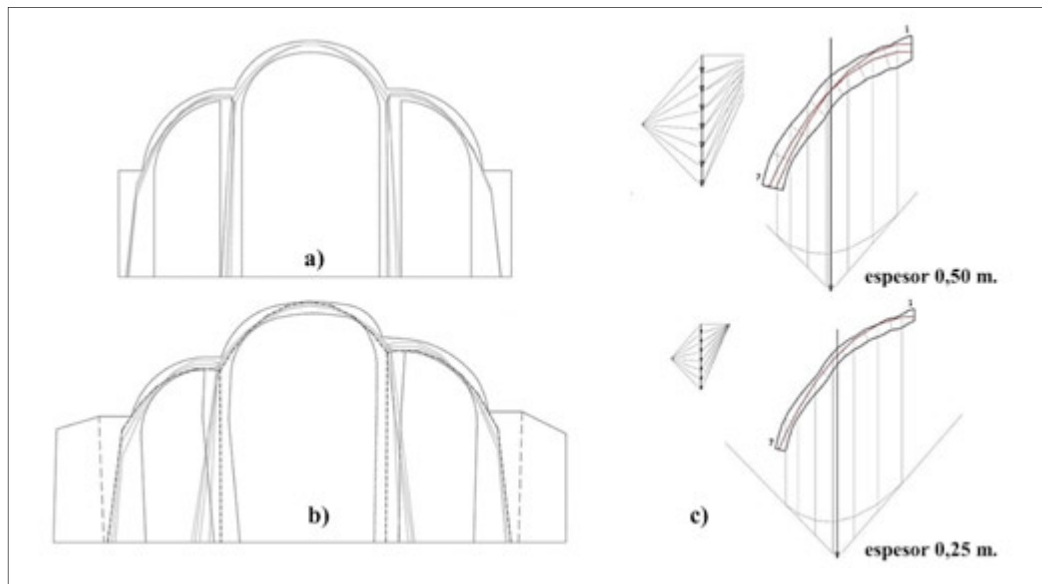


Figura 4. Comprobación análisis límite sección; a,b) (T_{p1}); c) (T_{v2})

Desde el punto de vista mecánico en el estado actual en la bóveda de cañón podemos trazar una línea de presión contenida en su sección, y contenida en la sección del muro, por lo que no sería necesaria la interacción del contrafuerte. En la comprobación de la bóveda de cuarto de cañón, los resultados han demostrado que, a pesar de las formas funiculares identificadas, sigue siendo posible trazar una línea de presiones en dicha sección. La construcción de estos estribos responde a la necesidad de estabilizar el mecanismo de colapso de la estructura.

Esta capacidad de deformación pone de manifiesto la importancia que tiene la rigidez de las obras de fábrica, a través del despiece y tamaño de la mampostería y con propiedades mecánicas y de relleno del mortero (Figura 5). Así, los resultados del análisis evidencian la irregularidad geométrica y la enorme deformabilidad de fábrica sin llegar al colapso.

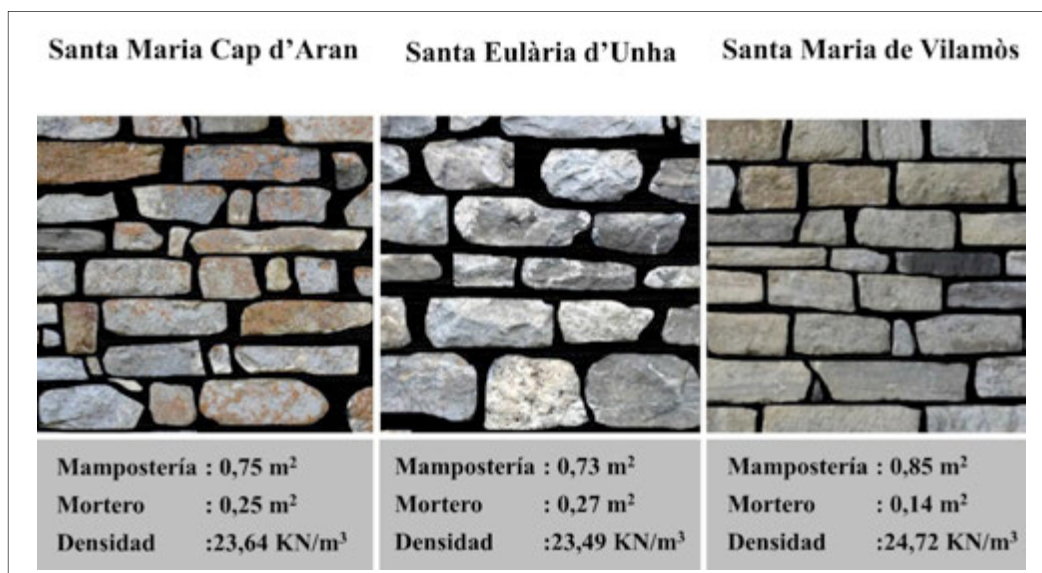


Figura 5. Relación m² mampostería y mortero iglesias Valle de Aran



3. Análisis global de las deformaciones de las bóvedas

De forma general, el románico se construye con bóvedas de medio punto o de cuarto de cañón, así cuando estas tienen una geometría regular y su construcción es monolítica, se determina que el empuje es perpendicular a su directriz. El empuje E_b (E_{bx} , E_{by} , E_{bz}), y su vectorización $E_b(0, E_{by}, 0)$, suponiendo bóvedas homogéneas y directriz constante como indica August Choisy (Choisy, 1873). En los datos geométricos obtenidos se comprueba que la planta genera bóvedas que son cónicas como teorizaba Joan Bassegoda (Bassegoda, 1974), la estereotomía no es homogénea sino de distribución irregular, como establecía Josep Puig i Cadafalch (Puig i Cadafalch, 1901), a la vez que existe una gran diferencia de rigidez entre éstas y los soportes; pilares y muros como apuntaba Josep Puig i Cadafalch (Puig i Cadafalch, 1908), circunstancia observada por Luis Villanueva en las bóvedas de cuarto de cañón con formas funiculares (Villanueva, 1974).

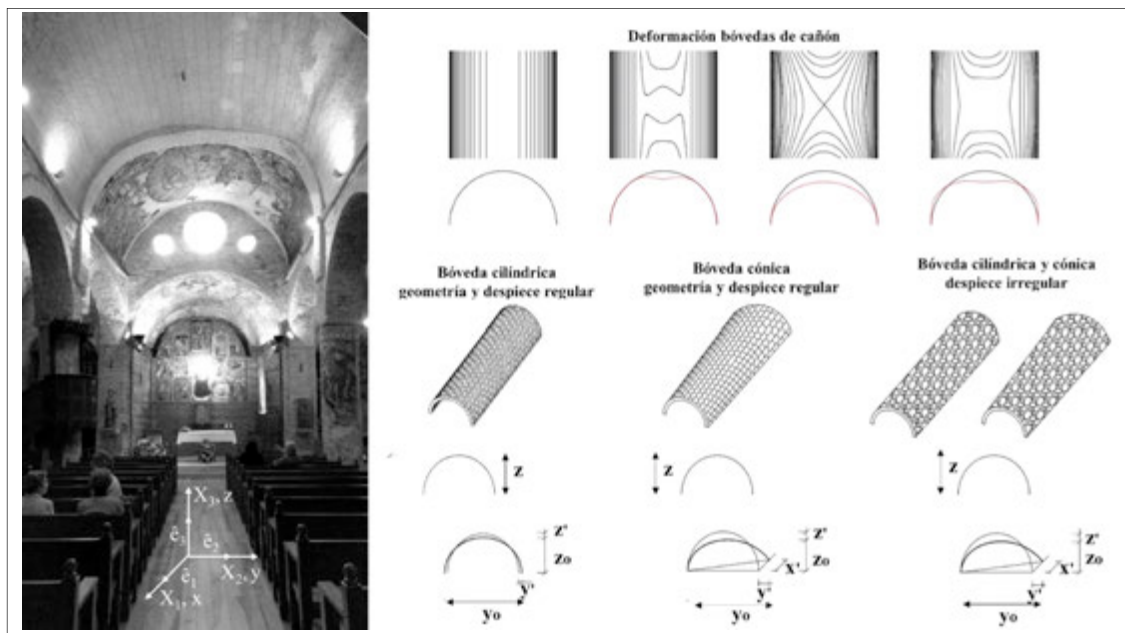


Figura 6. Caracterización de las deformaciones de las bóvedas

Estas condiciones se apartan totalmente de lo establecido como teoría general de los empujones de bóvedas homogéneas con directriz cilíndrica $E_b(0, E_{by}, 0)$. En cualquiera de las hipótesis anteriores, o de su combinación los empujes, actúan al menos dos direcciones (x, y), y la resultante no será perpendicular a la directriz de la bóveda E_b (E_{bx} , E_{by} , 0) y si existen asiento en las impostas E_b (E_{bx} , E_{by} , E_{bz}) (Figura 6).

En un medio continuo que está formado por puntos materiales que ocupan diferentes posiciones en el espacio durante su movimiento en un periodo $[\Omega_0, \Omega_1]$, puede simularse mediante un sistema cartesiano (X, Y, Z) de base ortonormal ($\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3$) referido a Ω_0 , con un vector X que ocupaba un punto P inicial, en el espacio definido en coordenadas materiales: $X = X_1 \hat{e}_1 + X_2 \hat{e}_2 + X_3 \hat{e}_3 = X_i \hat{e}_i$; (X_1, X_2, X_3) . En la configuración actual deformada Ω_1 , la partícula situada originalmente en P ocupa el punto espacial P' y su vector de posición $x = x_1 \hat{e}_1 + x_2 \hat{e}_2 + x_3 \hat{e}_3 = x_i \hat{e}_i$; (x_1, x_2, x_3) en coordenadas espaciales en un instante t . (Figura 7).



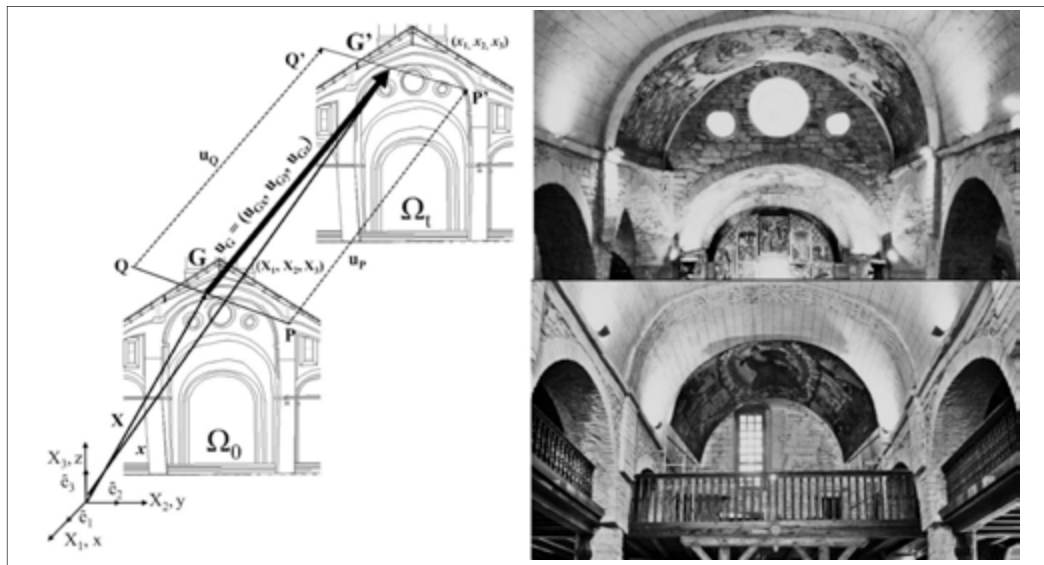


Figura 7. Caracterización de los desplazamientos de las bóvedas de Santa Maria d'Arties

La vectorización establece que los empujes E_b (E_{bx} , E_{by} , E_{bz}), provocan desplazamientos en las tres direcciones; df (df_x , df_y , df_z). Las bóvedas de la nave central se apoyan sobre los muros de los arcos torales que, a su vez, lo hacen sobre los pilares con deformaciones df_p (df_{px} , df_{py} , df_{pz}) y las de las naves laterales sobre los muros exteriores df_m (df_{mx} , df_{my} , df_{mz}).

De esta manera las deformaciones y desplazamientos están relacionadas directamente con el despiece del pilar en función del empuje E_p (E_{px} , E_{py} , E_{pz}). En algunos casos puede haber asentamientos diferenciales en dirección (z) lo que provoca (E_{pz2}), en otros en dirección (x, y), debido a los efectos de la distribución interna de la mampostería, (E_{pxy1}) y la geometría irregular de las bóvedas (E_{pxy2}), pueden tender a equilibrarse ($E_{pxy1} - E_{pxy2}$) o bien justamente al contrario ($E_{pz1} + E_{pz2}$). Los pilares están construidos con material discontinuo y con abundantes juntas por lo que existe una tendencia general a que se traslade por la parte superior (Δx , Δy), y si no existen asentamientos diferenciales ($\Delta z=0$) (Figura 8).



Figura 8. Pilares a) Santa María de Cap d'Aràn de Tredós; b) Sant Félix de Vilà; c) Era Purification de Bossost



Las deformaciones producidas serán de tipo; $df_p (df_{px}, df_{py}, 0)$. Una manera de determinar el desplazamiento del pilar es analizar el centroide de la junta del pilar a través de sus n secciones (n_s) a través las coordenadas (x_{cir} , y_{cir} , z_{ci}) (Figura 9).

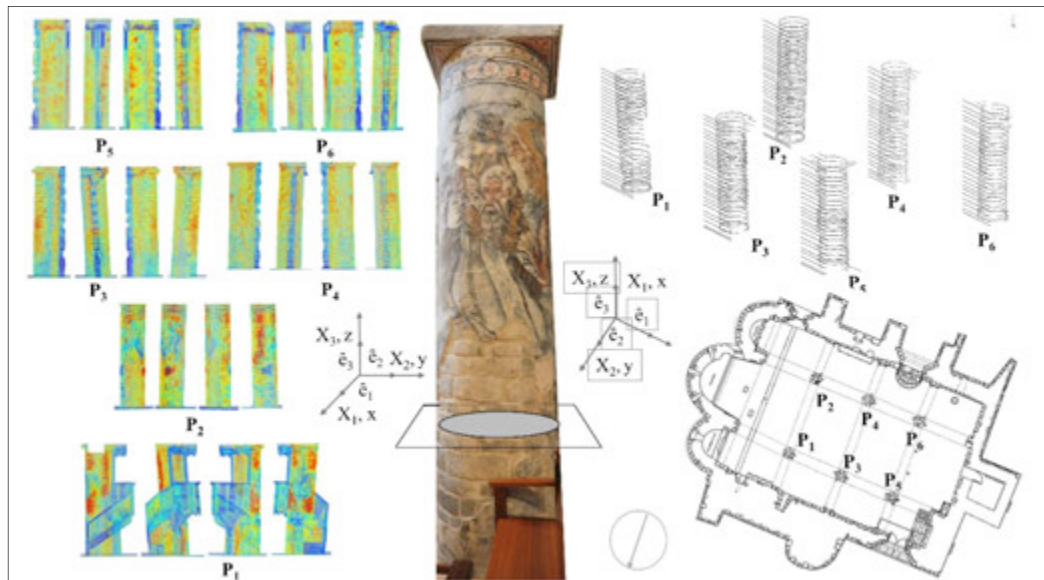


Figura 9. Caracterización de los desplazamientos pilares de Santa María d'Arties

Con ello se determina una matriz de puntos partiendo centroide inicial el plano indeformable del suelo (x_{c0} , y_{c0} , z_{c0}) hasta el situado sobre la imposta (x_{cs} , y_{cs} , z_{cs}). Estos puntos determinan una función $f(c_i)$, y podrá determinar la tendencia a un plano de regresión (τ) que caracterizará la aproximación de un vector de desplazamiento del vano estructural que actúa sobre el pilar determinando el ángulo de incidencia (ω) del plano (τ) (Figura 10).

- a) $(\omega_\tau) = 90^\circ$, perpendicular a la directriz ϕ_1
- b) $(\omega_\tau) < 90^\circ$, desplazamiento hacia el ábside
- c) $(\omega_\tau) > 90^\circ$, desplazamiento hacia la fachada

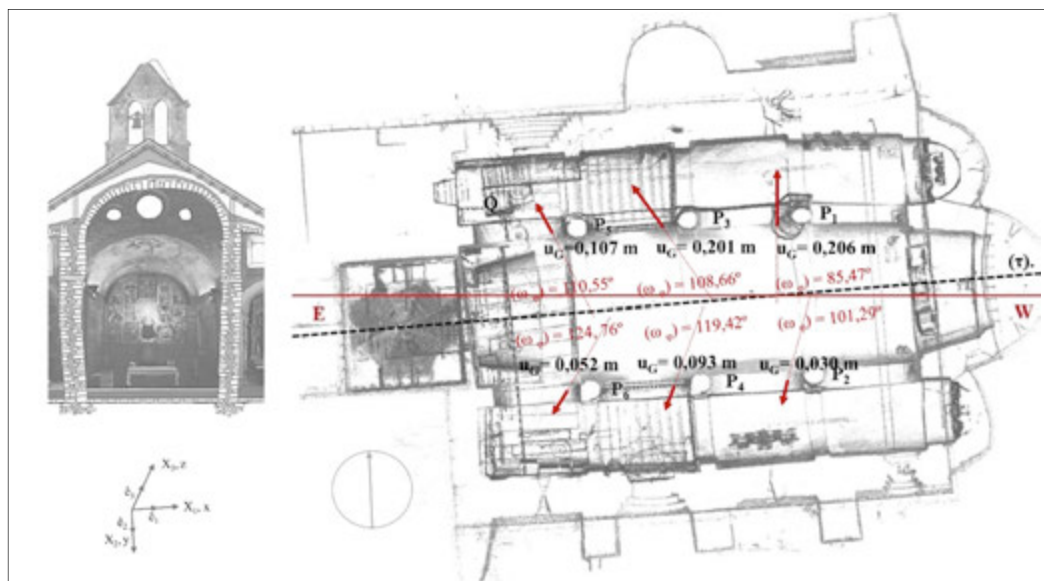


Figura 10. Caracterización del plano de regresión los desplazamientos pilares



Los muros, con más rigidez que los pilares, tienden a reequilibrar las tensiones del empuje de las bóvedas naves laterales E_b (E_{bx} , E_{by} , E_{bz}) sobre el muro; E_m (E_{mx} , E_{my} , E_{mz}). Esta acción se resuelve a través de toda la longitud del muro, teniendo en sus extremos los puntos críticos. Estos tienden a ser equilibrados por los muros curvos de las absidiolas y, en otros casos, con la colocación de los campanarios sobre la fachada opuesta.

En algunos se dispone de un sistema constructivo que puede esconder en el interior del muro una viga de madera que absorbe las tracciones de los empujes horizontales, solución visible y utilizada en algunos ábsides (Figura 11).



Figura 11. Tensores de madera a) Santa María de Cap d'Aràn de Tredós; b) Sant Joan d'Arties

La deformación debida al empuje horizontal (E_{mx} , E_{my}) provoca desplomes por la escasez de rigidez de la mampostería, y si no ha habido asentamientos diferenciales ($\Delta z=0$) en los apoyos, las deformaciones; df_m (df_{mx} , df_{my} , 0), pero si las ha habido; df_m (df_{mx} , df_{my} , df_{mz}). Las deformaciones de los muros df_m (df_{mx} , df_{my} , df_{mz}) debido a los empujes de las bóvedas E_m (E_{mx} , E_{my} , E_{mz}) provocan el desplazamiento de la cara interior de la hoja interior en contacto con la bóveda de cuarto de cañón con una deformación (df_{mx} , df_{my}) transmitiéndola a la hoja exterior. Para la contención de estas deformaciones se han realizado actuaciones de estriado mediante la construcción de grandes contrafuertes (Figura 12).



Figura 12. Contrarrestos de Santa Maria d' Arties que producen empuje pasivo (E_{pm})

4. Desarrollo de bóvedas cóncavas a convexas

Se ha determinado el empuje activo (E_{ba}) de las bóvedas sobre los pilares y muros, pero para entender el equilibrio de estas edificaciones es esencial el papel del contrarresto que ejerce el empuje pasivo de los elementos de estriado (E_{pm}), provocando en alguno de los casos la convexidad de estas bóvedas han llegado a crear formas funiculares (Figura 13).

El análisis de estas formas sólo se puede entender desde un análisis tridimensional a través de un intervalo $[a, b]$, que debe imponer la condición de equilibrio mediante la teoría elástica y por tanto la mampostería de las bóvedas trabaja mecánicamente a compresión.

$$\sum_b^a F_{(x,y,z)} (E_{ba} + E_{pm}) = 0 \text{ y}$$

$$\sum_b^a M_{(x,y,z)} (E_{ba} + E_{pm}) = 0$$



Figura 13. Bóveda funicular de Santa Maria d'Arties.

Del estudio de las deformaciones de los elementos constructivos provocadas por la geometría de la bóveda del cañón rebajado de la nave central y el de las colaterales peraltadas, hace que la acción del propio peso, y las exteriores, nieve, viento, y sismo, junto con la pérdida del mortero en el rejuntado de la mampostería por la acción de la humedad y vibraciones, conlleva que la función primitiva de la bóveda $f_{(x,y,z)}$ tiende a deformarse hacia una función $ff_{(x,y,z)}$ (Figura 14).

De la observación y análisis podemos comparar los estados; lineales, bidimensionales y tridimensionales de la función primitiva $f_{(x,y,z)}$ y de la deformada $ff_{(x,y,z)}$ analizada en un espacio de tiempo en el intervalo $[\Omega_0 - \Omega_1]$. Como criterio general establecemos que, dada una bóveda, la longitud de la sección de la bóveda deformada $ff_{(x)}$ es mayor o igual que la función primitiva $f_{(x)}$.

$$\int_{y_b}^{y_a} f dy \geq \int_{y_b}^{y_a} f dy \quad (1)$$



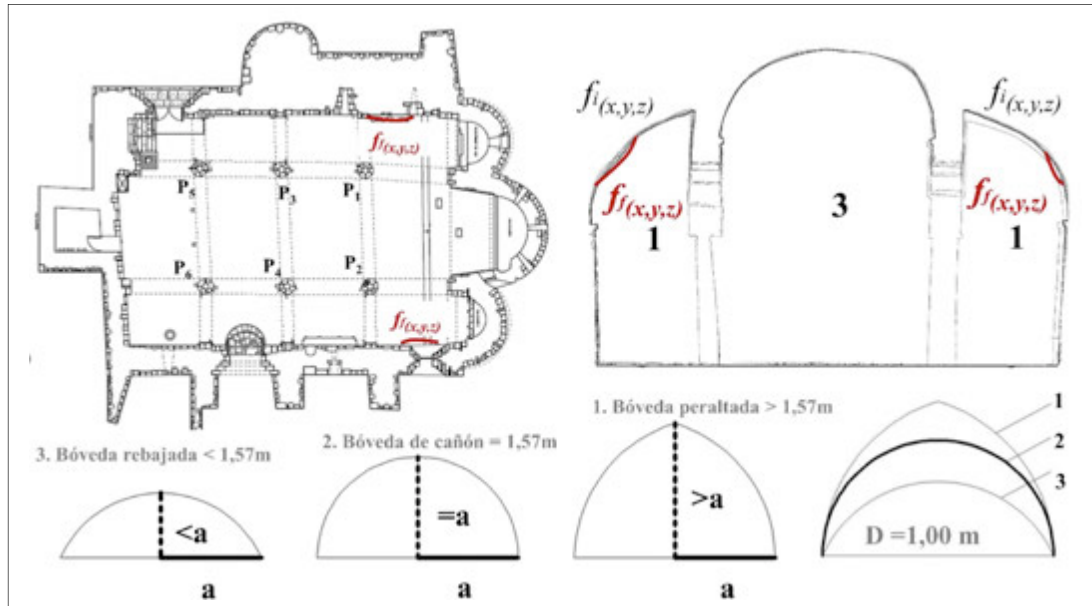


Figura 14. Desarrollo de la sección de las bóvedas de Santa Maria d'Artes

Que la superficie de la sección de la bóveda deformada $ff_{(x,y)}$ es mayor o igual que la que dispuso función primitiva $f_{(y,z)}$

$$\iint_{yza} ff dyz \geq \iint_{yza} fidyz \quad (2)$$

Finalmente se considera que el volumen del intervalo $[a, b]$ interior de una bóveda $ff_{(x, y, z)}$ puede ser igual, mayor o menor que la que la función primitiva $f_{(x, y, z)}$. De esta forma que si el volumen del espacio interior generado por una bóveda es mayor o igual que la inicial su curvatura es convexa y antifunicular, de forma que

$$\iiint_{xyza} ff dxyz \geq \iiint_{xyza} fidxyz \quad (3)$$

Por otra parte, si el volumen de la bóveda deformada es menor que la forma inicial, la bóveda es funicular es cóncava, de forma que

$$\iiint_{xyza} ff dxyz < \iiint_{xyza} fidxyz \quad (4)$$

Podemos definir también este concepto en función de la concavidad o convexidad de la función la deformada $ff_{(y,z)}$, en el intervalo $[a, b]$ sobre un plano perpendicular al de la directriz de la bóveda ϕ_1 . Así si es cóncava la función es funicular de forma que

$$ff''_{(y,z)} < 0 \quad (5)$$

Mientras, si la deformada es convexa y antifunicular

$$ff''_{(y,z)} > 0 \quad (6)$$

Otra de las características que determina la función es la deformada $ff_{(x)}$, el punto máximo será aquel que tiene una tangente horizontal

$$ff''_{(y,z)} = 0 \quad (7)$$



El estudio de las deformaciones determina el comportamiento del edificio a través de su historia en el intervalo $[\Omega_0 - \Omega_t]$, y la evolución debida a las diferentes intervenciones que se han realizado, como la ejecución de contrafuertes y la colocación de campanarios. Estas actuaciones han provocado los empujes activos de las bóvedas (E_{ba}), han ido produciendo una acción cinemática de la construcción original. Estos elementos han actuado de contrarresto vertical, produciendo empujes pasivos (E_{pm}), tendiendo así a la condición de equilibrio de la teoría elástica.

Las bóvedas de las naves centrales son mucho más rebajadas que las de cañón, además de la geometría de la planta tiene una directriz cónica, tendiendo a comportarse, en su eje transversal del plano (τ) como una viga apoyada en sus extremos, deformándose mayormente en los dos vanos centrales (Figura 15). Los extremos de estas edificaciones son esenciales para la estabilidad general de la construcción, ábsides y fachadas con campanario son elementos de mayor rigidez y las bóvedas tienden a disponer de deformaciones menores.

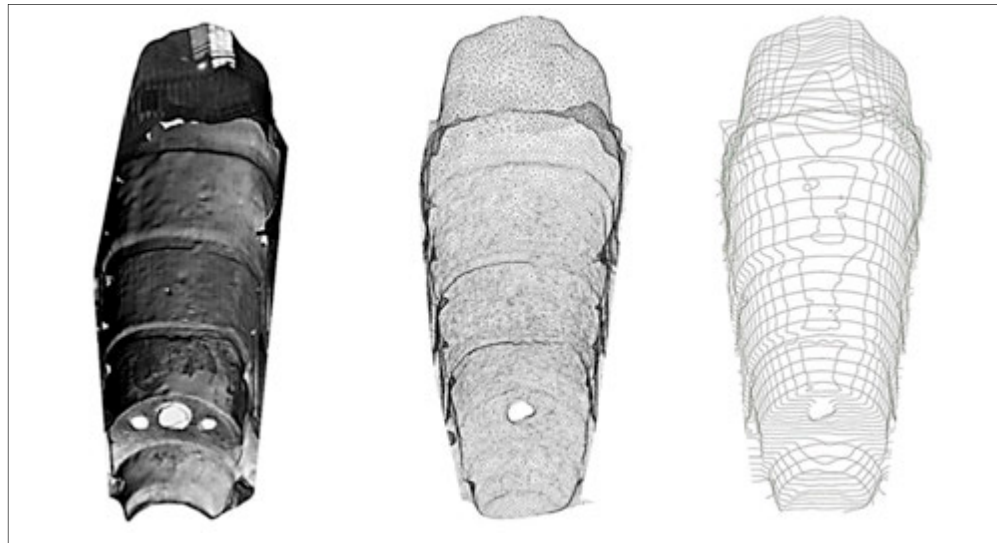


Figura 15. Topografía de las bóvedas de cañón de Santa María d' Artes

En el caso del ábside la curvatura de los muros así lo determina, pero no ocurre lo mismo con la fachada, donde los campanarios realizados siglos después que se disponen como elementos de contrarresto (Figura 16).



Figura 16. Campanarios de Bagergue, Salardú y Vilac



4. Conclusiones

La investigación permite concluir que la geometría del modelo sin deformar no debería haber tenido problemas de equilibrio, por lo tanto, las deformaciones sufridas por el edificio no se deben a un problema de diseño. El tipo de desplazamientos identificados indica que no hay excesivos problemas de cimentaciones y por tanto las deformaciones de la estructura están relacionadas con las pobres propiedades mecánicas del mortero, junto con la mampostería irregular y de pequeño tamaño. Se identifica así un problema de rigidez, y no de estabilidad, por el cual la estructura se ha ido asentando con el paso del tiempo debido a la degradación del mortero y a su proporción con la mampostería.

Una vez iniciado este proceso, la excentricidad de carga en el sistema la acción de los empujes activos de las bóvedas (E_{ba}), han iniciado una acción cinemática sobre la sección original, intentando ser contrarrestada por los empujes pasivos (E_{pm}) de grandes contrafuertes (Figura 12). Las bóvedas inicialmente antifuniculares ha llegado a crear formas funiculares, donde se cumple que el volumen espacial finalmente generado es menor que el inicial, pese a que su desarrollo lineal de la curvatura y de la superficie es mayor que la de su estado primitivo.

5. Referencias

- Bassegoda Musté, Buenaventura (1944).** Racionalismo a ultranza en la arquitectura ojival. Separata Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona. Tercera época, núm. 504, vol. XXVII, 4.
- Bassegoda Nonell, Juan (1974).** Estética expresionista de la arquitectura románica lombarda en Catalunya como consecuencia de las deformaciones formales y estructurales de las iglesias. De Re Restauratoria. Vol. II. Barcelona: Cátedra Gaudi. UPB. pp. 33-64.
- Bassegoda Nonell, Juan (1977).** Bóvedas medievales a la romana. Separata Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona. Tercera época núm. 782. Vol. XLIII Núm. 8, pp. 287-382.
- Choisy, August (1873).** L'art de batir chez les Romains. Paris: Ducher et Cie, pp. 31-47.
- Choisy, August (1883).** L'art de batir chez les Byzantins. Paris: Librairies de la Société Anonyme de Publications Périodiques, pp. 19-43.
- Español, Francesca (2013).** El Pirineu desvetllat: Viatges i descoberta del patrimoni medieval el pirineu desvetllat: Viatges i descoberta del patrimoni medieval. Annals del Centre d'Estudis Comarcals del Ripollès, Annals 2010-2011. IBIX 7, pp. 13-36.
- Granell, Enric; Ramon, Antoni. (2006).** Lluís Domènech i Muntaner: viatges per l'arquitectura románica. Barcelona: Col·legi d'Arquitectes de Catalunya, pp.276-282.
- Heyman, Jacques. (1999).** The science of structural engineering. London, Imperial College Press, Edición española, La ciencia de las estructuras. Madrid, Instituto Juan de Herrera- CEHOPU, 2001, pp.36-42.
- Polo, Josep; Cots, Pèir (2009).** Santa Maria d'Arties (Naut Aran, Val d'Aran): Un exemple integrat a nivell de restauracion d'un monument a compdar des entresenhes arqueològiques. Cicle de conferències patrimoni arqueològic i arquitectònic a les Terres de Lleida 2009. Departament de Cultura i Mitjans de Comunicació, pp. 75-103.
- Puig Y. Cadafalch, Josep (1901).** Historia General del Arte: eEscrita y editada en vista de los monumentos y de las mejores obras publicadas hasta el día, bajo la dirección del arquitecto Don JoséPuig Y. Cadafach. Arquitectura. Tomo Segundo. Montaner y Simón Editores, Barcelona, 1901, pp.660-665.
- Puig Y. Cadaflach, Josep (1908).** Les iglesies romàniques ab cobertes de fusta de les Valls De Bohí y d'Aran. Anuari de l'Institut d'Estudis Catalans. MCMVII, pp. 119-136.
- Puig Y. Cadafalch, Josep (1918).** L'Arquitectura Romànica a Catalunya,. Vol III. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans, pp.645-668.
- Sàez Aragonès, G. (1976).** Primera fase del proyecto de restauración de la Iglesia de Santa María de Artés en el Valle de Arán (Lérida). Cuadernos de Arquitectura y Urbanismo. Núm 116pp 63-71.
- Torres Balbás, L. (1946).** Bóvedas romanas sobre arcos de resalto. Archivo Español de Arqueología, 64, pp.217-262.
- Villanueva, L., (1974).** Las bóvedas de cañón. De Re Restauratoria. Vol. II. Barcelona:Cátedra Gaudi. UPB, pp. 145-158.
- Viollet-le-Duc, Eugène-Emmanuel (1854).** Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle, 1854-1868. B. Bance, A. Morel, Paris, vol. 3: 11-16.

